

### Kurzanleitung zur Rithmomachie in ihrer Regensburger Version

Die mittelalterlichen Anleitungen sind nicht mit aus heutiger Sicht erwarteter und erwünschter Genauigkeit formuliert. Sie setzen zusätzlich einen Lehrmeister voraus, umso mehr, je älter der Text ist. Außerdem unterlagen die Spielregeln im Laufe der 600jährigen Geschichte der Rithmomachie auch Veränderungen.

Es ist sogar davon auszugehen, dass bereits im Mittelalter verschiedene Lehrmeister die Spielregeln im Detail unterschiedlich auslegten. Da wir zudem keinen von ihnen mehr fragen können, bedeutet dies heute für uns, dass eine gewisse Unschärfe bei der Interpretation der Spielregeln besteht. Vor diesem Hintergrund kann man nur Rahmenregeln angeben und Möglichkeiten aufzeigen. Darin liegt aber ein ganz besonderer Reiz. Wir haben es nicht mit Spielregeln zu tun, die für immer zementiert sind, sondern mit solchen, die stets neu gefasst, angepasst und sogar für jedes konkrete Spiel eigens vereinbart werden können.

Die hier vorgestellten Regeln stammen aus einem Regensburger Text des 11. Jahrhunderts. Sie sind als Ausgangspunkt zu verstehen, der mathematischer Kreativität keine Grenzen setzen sollte. Der Regensburger Text nennt etwa Schlagregeln, die nur auf Addition und Multiplikation aufbauen; diese können jederzeit um Subtraktion und Division erweitert werden.

Auch die Spielfeldgröße unterliegt historischen Schwankungen. Der Regensburger Text nennt 8 mal 14 Felder. Die Standardisierung geht noch während des Mittelalters in Richtung auf ein doppeltes Schachbrett mit 8 mal 16 Feldern.

Die Aufstellung der Spielsteine wird bis auf Spiegelsymmetrien nie verändert. Ebenso bleiben ihre Zahlenwerte stets die gleichen.

### Zahlenwerte der Spielsteine

Die Angaben werden hier nur vorausgeschickt, um ein Licht auf das Zustandekommen der Spielsteinwerte zu werfen. Sie sind nicht vollständig und werden bis auf die Zusammensetzung der Pyramiden für das Spielen selbst nicht benötigt.

Für die Konstruktion der Spielsteinwerte der Rithmomachie werden Verkettungen von Zahlenverhältnissen gebildet.

Beispiel: quadruplex, sesquiquartus, superquadripartiens

- |                       |                     |                             |
|-----------------------|---------------------|-----------------------------|
| 1. multiplex:         | quadruplus          | $1 \cdot 4 = 4$             |
| 2. multiplex:         | quadruplus          | $4 \cdot 4 = 16$            |
| 1. superparticularis: | sesquiquartus       | $16 \cdot \frac{5}{4} = 20$ |
| 2. superparticularis: | sesquiquartus       | $20 \cdot \frac{5}{4} = 25$ |
| 1. superpartiens:     | superquadripartiens | $25 \cdot \frac{9}{5} = 45$ |
| 2. superpartiens:     | superquadripartiens | $45 \cdot \frac{9}{5} = 81$ |

Nach diesem Schema lassen sich alle Spielsteinwerte ableiten. Jeder Spieler hat vier solche Sequenzen aus 6 Spielsteinen, die jeweils auf der gleichen Grundzahl aufbauen, also insgesamt 24 Steine, 8 multiplices, 8 superparticularis und 8 superpartientes.

Bei dem einen Spieler wird von den geraden Zahlen 2, 4, 6, 8 abgeleitet, bei dem zweiten von den ungeraden 3, 5, 7, 9.

Zwei superparticularis werden als quadratische Pyramiden interpretiert:

$91 = 1 + 4 + 9 + 16 + 25 + 36$ , Basis 36, *pyramis perfecta*

$190 = 16 + 25 + 36 + 49 + 64$ , Basis 64, *pyramis ter curta* ‚Pyramidenstumpf‘

### **Form und Farbe der Spielsteine**

Der Regensburger Text nennt für jede der sechs Gruppen aus 8 Spielsteinen eine andere Farbe und Größe. Dieser unübersichtliche Anblick wurde noch im Mittelalter vereinfacht.

Der eine Spieler erhält nun weiße Steine, der andere schwarze. Die jeweils drei Gruppen werden nur durch unterschiedliche Form gekennzeichnet. Diese Kurzanleitung orientiert sich daran.

### **Spielzüge**

Die beiden Spieler ziehen abwechselnd: nach vorne, zurück, nach rechts, nach links, im rechten Winkel.

Multiplex (runder Spielstein): zwei Felder weit

Superparticularis (dreieckiger Spielstein): drei Felder weit

Superpartiens (viereckiger Spielstein): vier Felder weit

### **Schlagen**

Es gibt vier Möglichkeiten des Schlagens, deren Bezeichnungen erst aus dem 16. Jh. stammen.

#### 1. *congressus*: Treffen

Trifft ein Spielstein bei einem rechtmäßigen Zug auf einen gegnerischen gleichen Wertes, so wird dieser geschlagen.

#### 2. *insidiae*: Summe / Produkt der Werte von benachbarten Spielsteinen

Ein gegnerischer Spielstein, der über Eck oder seitlich von eigenen Spielsteinen in die Zange genommen wird, deren Werte multipliziert oder summiert den Wert des gegnerischen ausmachen, wird geschlagen.

#### 3. *eruptio*: Spielsteinwert mal Entfernung

3.1 Variante: Ein gegnerischer Spielstein wird geschlagen, wenn das Produkt aus dem Wert des eigenen Spielsteins und dem Abstand (Anzahl Zugschritte) den Wert des gegnerischen darstellt.

„Durch die 3 der gegnerischen Seite fällt die 6 im zweiten Feld“.

3.2 Variante: Wenn das Produkt nicht reicht, kann additiv der Wert eines zweiten eigenen Spielsteins hinzugenommen werden.

„Durch die 16 wird die 289 im 13ten Feld geschlagen, wenn ihr die 81 beim nächsten Zug hinzugefügt wird“.

#### 4. *obsidio*: Belagerung durch gegnerische Spielsteine

Ein Spielstein, der von gegnerischen so eingekreist ist, dass er durch einen rechtmäßigen Zug nicht entkommen kann, wird geschlagen.

## 5. Pyramide

Jede der beiden Pyramiden hat zwei angreifbare Zahlenwerte, ihren Gesamtwert und den Wert ihrer Basis (unterstes Quadrat: 36 für 91 bzw. 64 für 190). Mit dem Fall der Basis einer Pyramide fällt nicht nur die gesamte Pyramide selbst, sondern auch alle Spielsteine mit Quadratzahlen dieser Pyramide.

## Siegbedingungen

Es haben sich im Laufe des Mittelalters zwei Varianten entwickelt.

Die jüngere, einfache Variante (*victoria communis*) ist auf Anfänger und ungeübte Spieler abgestimmt, die nur Anzahl und Wert der geschlagenen gegnerischen Spielsteine zählen wollen.

Die ältere, mathematisch komplexe Variante (*victoria propria*) findet sich bereits im Regensburger Text. Sie verlangt das Setzen von Folgen aus drei Zahlen mit bestimmten Mittelwert-Eigenschaften, sogenannten *medietates*, nämlich einer arithmetischen und einer harmonischen Dreierfolge. Wo am Spielfeld dies genau geschehen soll, wird nicht mitgeteilt.

Dazu können geschlagene gegnerische Steine wieder ins Spiel genommen werden, da die eigenen Steine oft nicht ausreichen.

Um diese *medietates* zu verstehen, brauchen wir etwas Mathematik:

Das **arithmetische Mittel** ist die additive Mitte zwischen zwei Zahlen.

$$a(10,40) = 25; \text{ konstante Differenz } 15: 10 + 15 = 25; 25 + 15 = 40$$

Das **harmonische Mittel** ist der Kehrwert des arithmetischen Mittels der Kehrwerte von zwei Zahlen.

$$h(10,40) = 16;$$

$$\text{konstante Differenz der Kehrwerte} : 1/40 + 3/80 = 1/16; 1/16 + 3/80 = 1/10$$

Geometrische Folgen tauchen im Regensburger Text noch nicht auf, erst bei Versionen des 12. Jahrhunderts, obwohl sie seit der Antike bekannt sind.

Der Vollständigkeit halber seien sie hier genannt:

Das **geometrische Mittel** ist die multiplikative Mitte zwischen zwei Zahlen

$$g(10,40) = 20; \text{ konstanter Quotient } 2: 10 \cdot 2 = 20; 20 \cdot 2 = 40$$

Wer mit zwei derartigen Dreierfolgen nicht zum Ziel kommt, führt der Regensburger Text weiter aus, soll die größte Harmonie (*maxima et perfecta symphonia*) setzen: 6, 8, 9, 12. Sie enthält die arithmetische Dreierfolge 6, 9, 12 und die harmonische Dreierfolge 6, 8, 12.

Die Regensburger Siegbedingungen werden später weiter verfeinert:

- *Victoria magna*: eine Dreierfolge eines beliebigen Typs
- *Victoria maior*: eine Vierersequenz, die zwei Dreierfolgen verschiedenen Typs enthält
- *Victoria praestantissima / excellentissima*: eine Vierersequenz mit allen Folgentypen