

# Fehlerrechnung kompakt

Messgröße:  $x$ , Anzahl der Messungen:  $N$

$$\begin{aligned} \text{Mittelwert: } \bar{x} &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \\ \text{mittlerer absoluter Fehler: } \Delta x &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |x_i - \bar{x}| \\ \text{relativer Fehler: } \gamma(x) &= \left| \frac{\Delta x}{\bar{x}} \right| \\ \text{Angabe des Ergebnisses: } x &= \bar{x} \pm \Delta x \quad (\pm \gamma\%) \end{aligned}$$

$\Delta x$  wird auf *eine* Stelle **aufgerundet** und  $\bar{x}$  nur bis zu dieser Stelle angegeben.

**Fehlerfortpflanzung** auf Funktionen von Messgrößen:  $f(x)$  bzw.  $f(x_1, x_2)$ :

$$\Delta f(x) = \left| \frac{df}{dx} \right| \cdot \Delta x \quad \text{bzw.} \quad \Delta f(x_1, x_2) = \left| \frac{\partial f}{\partial x_1} \right| \cdot \Delta x_1 + \left| \frac{\partial f}{\partial x_2} \right| \cdot \Delta x_2$$

Allgemein:

$$\Delta f(x_1, \dots, x_n) = \sum_{i=1}^n \left| \frac{\partial f}{\partial x_i} \right| \cdot \Delta x_i$$

Konsequenzen:

- $\Delta(x_1 + x_2) = \Delta(x_1) + \Delta(x_2)$ ,  
d.h. der absolute Fehler einer Summe von Größen ist die Summe der einzelnen absoluten Fehler.
- $\gamma(x_1 \cdot x_2) = \gamma(x_1) + \gamma(x_2)$  bzw.  $\frac{\Delta(x_1 \cdot x_2)}{x_1 \cdot x_2} = \frac{\Delta x_1}{x_1} + \frac{\Delta x_2}{x_2}$ ,  
d.h. der relative Fehler eines Produkts von Größen ist die Summe der einzelnen relativen Fehler.
- $\frac{\Delta(x^m)}{x^m} = m \cdot \frac{\Delta x}{x}$ ,  
d.h. der relative Fehler von  $x^m$  ist  $m \cdot$  relativer Fehler von  $x$ .

Die Kombination von Regel 2 und 3 erspart Ihnen oft viel Arbeit!!!